



Universidade Federal Rural de Pernambuco
Bacharelado em Sistemas de Informação
Disciplina: Matemática Discreta - Turmas SI1 e SI2
Professores: Marcelo Gama / Silvana Bocanegra

TESTE 2: Relações e funções
Data: 31.07.2013

Nome: _____ Nota: _____

Atenção: Escolha apenas duas questões de cada grupo - Só serão corrigidas as questões selecionadas

Grupo I: Relações - Questões Escolhidas: () ()

1. Considere a relação R , definida no conjunto dos números inteiros \mathbb{Z} por, $x R y \iff x \cdot y > 0$. Responda cada uma das questões a seguir justificando cada resposta dada:
 - (a) R é reflexiva?
 - (b) R é simétrica?
 - (c) R é transitiva?
 - (d) R é de equivalência? Em caso afirmativo, quais seriam as classes de equivalência?

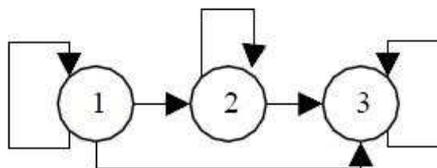
2. Liste os pares ordenados nas relações de equivalência produzidos pelas partições do conjunto $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ dadas a seguir:
 - (a) $\{0\}, \{1, 2\}, \{3, 4, 5\}$
 - (b) $\{0, 1\}, \{2, 3\}, \{4, 5\}$
 - (c) $\{0, 1, 2\}, \{3, 4, 5\}$

3. Considere a relação \preceq no conjunto $\Sigma = \{\ominus, \oplus, \otimes\}$ dada pela tabela abaixo:

\preceq	\ominus	\oplus	\otimes
\ominus	1	0	0
\oplus	1	1	1
\otimes	0	0	1

- (a) Mostre que \preceq é uma relação de ordem.
- (b) Escreva ordenadamente os elementos de Σ .
- (c) Escreva em ordem lexicográfica (ou ordem do dicionário) os seguintes elementos de Σ^* :
 $\oplus \oplus \oplus, \ominus \otimes \ominus, \otimes \ominus \oplus \oplus, \oplus \oplus \oplus, \otimes \oplus \oplus \oplus, \oplus \oplus \oplus \oplus \oplus, \ominus \oplus \oplus \otimes \otimes, \otimes \otimes \oplus \oplus \oplus, \oplus \oplus \oplus \oplus \otimes \oplus, \oplus \oplus \otimes$

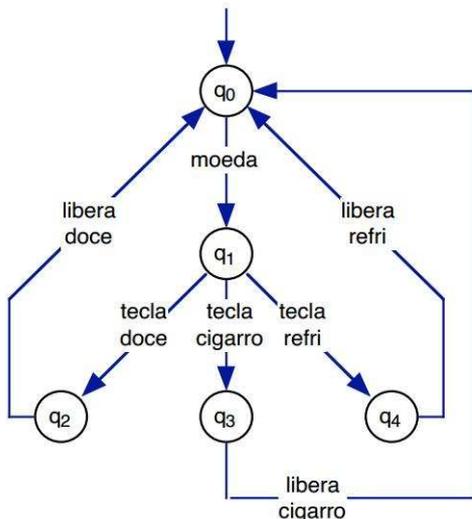
4. Uma relação R tem como grafo a figura a seguir:



- (a) Qual o domínio de R ? Qual o seu conjunto imagem?
 - (b) Classifique R como reflexiva, anti-reflexiva, simétrica, anti-simétrica e transitiva.
 - (c) Determine os fechamentos reflexivo, simétrico e transitivo de R .
5. Considere os conjuntos A e B e seja $f : A \rightarrow B$ uma função. Prove que a relação inversa f^{-1} é uma função se, e somente se, f é bijetiva.

Grupo II : Autômatos finitos - Questões Escolhidas: () ()

6. Considere o autômato da figura a seguir:



- (a) Descreva o alfabeto Σ utilizado.
- (b) Determine o conjunto de estados S .
- (c) Qual o estado inicial s_0 ?
- (d) Qual o conjunto F dos estados finais?
- (e) Descreva a função de transição $\delta : S \times \Sigma \rightarrow S$.
- (f) Qual a linguagem aceita por esse autômato?

7. Determine qual é a linguagem aceita pelo autômato $A = \{\Sigma, S, s_0, F, \delta\}$, onde

- $\Sigma = \{0, 1\}$
- $S = \{s_0, s_1, s_2\}$
- $F = \{s_2\}$
- $\delta = \{(s_0, 0, s_1), (s_0, 1, s_0), (s_1, 0, s_2), (s_1, 1, s_0), (s_2, 0, s_2), (s_2, 1, s_0)\}$

8. Construa um autômato que utiliza o alfabeto $\{0, 1\}$ e aceita qualquer cadeia que contenha a sequência **100**.

Grupo III: Notação assintótica: Questões Escolhidas: () ()

9. Descreva o significado de $O(f(n))$, $\Theta(f(n))$ e $\Omega(f(n))$. Dê exemplo em cada um dos casos.

10. A seguinte hierarquia de funções pode ser definida do ponto de vista assintótico:

$$1 \prec \log \log n \prec \log n \prec n^\epsilon \prec n^c \prec n^{\log n} \prec c^n \prec n^n \prec c^{c^n}$$

Indique, para cada par de expressões (A, B) na tabela abaixo, se a função A é O , Ω ou Θ da função B . Assuma que $k > 1$, $0 < \epsilon < 1$ e $c > 1$ são constantes. Sua resposta deve ser da forma SIM ou NÃO.

Nota: $\log^k n = \log(\log(\log \dots \log n))$, k vezes. Em (v), m é um número inteiro positivo.

	A	B	O	Ω	Θ
(i)	$\log^k n$	n^ϵ			
(ii)	n^k	c^n			
(iii)	\sqrt{n}	$n^{\sin n}$			
(iv)	2^n	$2^{n/2}$			
(v)	$n^{\log m}$	$m^{\log n}$			
(vi)	$\log(n!)$	$\log(n^n)$			