Universidade Federal Rural de Pernambuco

Bacharelado em Sistemas de Informação
Disciplina: Matemática Discreta - Turmas SI1 e SI2
Professores: Marcelo Gama / Silvana Bocanegra

TESTE 1: Lógica, Métodos de Prova e Conjuntos
Data: 10.07.2013

Nome: _____ **Nota:**____

Atenção: Escolha apenas duas questões de cada grupo - Só serão corrigidas as questões selecionadas

Grupo I: Lógica - Questões Escolhidas: ( ) ( )

1. Determinar o valor lógico de cada uma das proposiçõoes abaixo:

   (a) Os carros não são todos azuis e se não é verdade que Lula é o presidente do Brasil, então a Capital de Pernambuco é Olinda.

   (b) Brasil tem sete letras quando $2 + 2 = 3$

   (c) Se não é verdade que $\sqrt{16} = 3$, então $2 < 7$ se, e somente se, $1 \neq 0$.

   (d) $(\neg\sqrt{2} < 0 \wedge \cos 45° = 1) \leftrightarrow \neg(\sqrt{2} \geq 0 \vee \neg(1 + 1 = 3))$

2. Marcos, Paulo e Roberto são três políticos suspeitos de participarem de uma fraude. Quando interrogados sobre o fato, eles afirmaram:

   ✓ Marcos: Paulo participou, mas Roberto não.

   ✓ Paulo: Se Marcos não participou, então Roberto também não participou.

   ✓ Roberto: Eu não participei mas, pelo menos um dos outros dois não participou.

   Baseado nessas informações, responda às seguintes questões:

   (a) Supondo que os três depoimentos são verdadeiros, descubra quem participou da fraude.

   (b) Caso os três tenham participado da fraude, quem está mentindo e quem fala a verdade?

3. Este sistema de especificações é consistente?

   O sistema está em um estado de multiuso se e somente se estiver operando normalmente. Se o sistema está operando normalmente, o núcleo do sistema operacional (kernel) está funcionando. O kernel não está funcionando ou o sistema está no modo de interrupção. Se o sistema não está em um estado de multiuso, então está em um modo de interrupção. O sistema não está no modo de interrupção.

4. A operação lógica *ou exclusivo*, denotada por $p \bigoplus q$, é verdadeira quando p ou q é verdadeira, mas não ambas. Nos outros casos $p \bigoplus q$ é falsa. Substitua F (falso) por 0 (zero) e V (verdadeiro) por 1 (um).

   (a) Faça a tabela verdade de $p \bigoplus q$

   (b) Prove a equivalência lógica $(p \bigoplus q) \bigoplus q \iff p$

   (c) A equivalência acima permite codificar e decodificar mensagens. Atribuindo a cada letra do alfabeto um valor que corresponde à sua respectiva posição, teremos $E \to 5$ (ou 00101 em binário) e $U \to 21$ (ou 10101 em binário). Dessa forma, a palavra "EU" em binário seria dada por $p = 00101\ \ 10101$. Escolha uma senha q em binário, do mesmo tamanho de p, e codifique cada dígito de p como sendo $p_i \bigoplus q_i$, obtendo uma mensagem codificada c.

   (d) Utilize a equivalência em (b) e a mesma senha q para obter p de volta a partir de c.

Grupo II : Métodos de Prova - Questões Escolhidas: ( ) ( )

1. Considere a sentença: *A soma de dois inteiros ímpares é um inteiro par*

   (a) Escreva essa sentença na forma "se ... então". Prove essa sentença.

   (b) Dê uma prova dessa afirmação usando a técnica de "redução ao absurdo".

   (c) Qual a contrapositiva da afirmação feita no item (a) É uma boa estratégia usar a contrapositiva para provar a afirmação do item a)?

2. Decida se a afirmação a seguir é verdadeira ou não. Em seguida prove o que você decidiu.

   A soma de quatro inteiros consecutivos nunca é divisível por 4

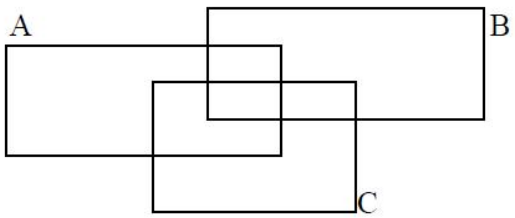
3. Prove pela contra-positiva que

   Se $a + b$ é par, então a e b são ambos ímpares ou são ambos pares.

4. Seja A um conjunto qualquer. Prove por contradição que o conjunto vazio está contido em A.

Grupo III: Conjuntos: Questões Escolhidas: ( ) ( )

1. Na figura abaixo indique os conjuntos que se pede



   (a) $(A - B) \cap C$ (b) $(A \cup C) \cap \overline{B}$

2. Sejam A, B, C conjuntos. Utilizando diagramas de Venn, prove que

   (a) $(A - B) \cup (A - C) = A - (B \cap C)$ (b) $\overline{A \cap B \cap C} = \overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C}$

3. Dados os conjuntos A e B, tem-se $A - (A - B)$ igual a ? (descubra graficamente). Em seguida, prove a igualdade encontrada.

   (a) A (b) B (c) $\complement_B^A$ (d) $A \cup B$ (e) $A \cap B$